tipo (2) não foram mais altos do que para a função aritmética (1), como é mostrado pelos dados abaixo:

Coeficientes de correlação múltipla para as funções logarítmicas e lineares de alguns estratos

		F	H	L	B	C
Função logarítmica	(2)	0,781	0,808	0,538	0,553	0,567
Função linear	(1)	0,803	0,689	0,563	0,581	0,478

Ainda em uma base experimental, foi feita uma computação para um estrato, de acôrdo com uma função semi-logarítmica (3); o coeficiente de correlação múltipla obtido, foi exatamente igual ao calculado pela função logarítmica (2).

2 — Utilização ótima dos fatores (inputs)

Se Q_1 e Q_i correspondem respectivamente às quantidades produzidas aos vários fatores i, as funções de produção logarítmicas (2) podem ser escritas assim:

$$\log Q_1 = C + \Sigma b_i \log Q_i \qquad (4)$$

Se a quantidade Q_i do fator i utilizado, aumenta em dQ_i, **coeteris paribus**, o aumento resultante na produção de café é dado por:

$$dQ_1 = b_i \frac{Q_1}{Q_i} dQ_i \qquad (5)$$

Se P_1 e P_i representam respectivamente os preços do produto e do fator, o custo marginal de utilização do fator é $P_i dQ_i$ e a renda marginal, em termos do valor do café, é $P_1 dQ_1$. O nível ótimo de utilização do fator i é portanto obtido, quando o custo marginal igualar a renda marginal:

$$P_1 \, dQ_1 = P_i \, dQ_i \qquad (6)$$

Levando em conta a equação (5), a equação (6) pode então ser escrita:

$$b_i \frac{Q_1}{Q_i} = \frac{P_i}{P_1} \qquad (7)$$

Se os níveis de aplicação dos demais fatores (que não i) permanecem constantes, a relação líquida entre Q_1 e Q_i pode ser escrita:

$$\log Q_1 = a_i + b_i \log Q_i \qquad (8)$$

donde:

$$a_i = \overline{\log Q_1} - b_i \overline{\log Q_i}$$

O nível ótimo Q_i de aplicação do fator i pode portanto ser computado através da equação (9), obtida pela combinação das equações (7) e (8).

$$(1 - b_i) \log Q_i = \log b_i + \log \frac{P_1}{P_i} + a_i \qquad (9)$$

O coeficiente de regressão b_i sendo menor que a unidade[7], significa que há rendimentos decrescentes à escala. Abaixo do ponto ótimo Q_i dado pela equação (9), a renda marginal é maior que o custo marginal de utilização do fator i; acima do nível ótimo, a renda marginal é menor que o custo marginal. A equação (9) mostra que o valor ótimo Q_i depende de quatro parâmetros: os dois parâmetros a_i e b_i caracterizando as relações tecnológicas entre o fator i e a produção, e os dois parâmetros P_1 e P_i caracterizando a estrutura de preços. Na ausência de mudanças tecnológicas (a_i e b_i) constantes a distribuição ótima de fatôres na produção depende das mudanças relativas dos preços:

$$d(\log Q_i) = \frac{1}{1 - b_i} d\left(\log \frac{P_1}{P_i}\right) \qquad (10)$$

Exemplificando, se o preço do adubo químico permanece inalterado e o preço do café aumenta em 10%, o uso ótimo de fertilizantes deverá aumentar em 12%, na hipótese que b_i seja igual a 0,15. Do mesmo modo, se o preço do adubo químico declina de 10%, enquanto o preço do café permanece inalterado, a utilização ótima de adubos implicaria um aumento de 12%.

Melhoramentos tecnológicos podem afetar o valor dos parâmetros a_i e b_i. Um aumento no valor de qualquer deles elevaria o ponto ótimo de aplicação do fator i.

7) Se bi fôr maior que a unidade, estaria havendo rendimentos crescentes à escala e o ponto ótimo consistiria em elevar a aplicação do fator i até o infinito, o que òbviamente é irreal. Se bi for igual à unidade, não haverá ponto ótimo de aplicação.